

MATEMATIKA STATISTIKA

PROGRAMASI LINEAR

(METODE *SIMPLE LINEAR EXAMPLE* [SIMPLEX] VARIABEL DASAR)



Oleh:

Dr. Diyan Herdiyantoro, S.P., M.Si.

Staf Pengajar Mata Kuliah Matematika Statistika

PROGRAM STUDI AGROTEKNOLOGI
DEPARTEMEN ILMU TANAH DAN SUMBER DAYA LAHAN
FAKULTAS PERTANIAN
UNIVERSITAS PADJADJARAN

Definisi Metode Simplex

- ✓ Programasi linear: Suatu model optimisasi persamaan linear yang berhubungan dengan masalah-masalah linear yang dihadapi.
- ✓ Masalah programasi linier: Masalah pencarian nilai-nilai optimum (maksimum dan minimum).
- ✓ Diperkenalkan pada tahun 1947 oleh George Bernard Dantzig dan telah diperbaiki oleh beberapa ahli lain.
- ✓ Metode penyelesaian dari Metode Simplex melalui perhitungan ulang (*iteration*) dimana langkah-langkah perhitungan yang sama diulang-ulang sampai solusi optimal diperoleh.

Syarat dan Sifat Metode Simplex

- ✓ Model program linier (*canonical form*) harus diubah dahulu ke dalam suatu bentuk umum yang dinamakan "bentuk baku" (*standard form*).
- ✓ Sifat bentuk baku:
 - Semua batasan adalah persamaan (dengan tidak ada nilai negatif pada sisi kanan).
 - Semua variabel tidak ada yang bernilai negatif.
 - Fungsi tujuan dapat berupa maksimisasi atau minimisasi.

Bentuk Umum Model

Maksimalkan/minimalkan:

$$Z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \dots C_nx_n$$

dengan batasan (kendala):

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq \text{atau} \geq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq \text{atau} \geq b_1$$

Contoh Penerapan Metode Simplex

PT Tani Sugih memproduksi pupuk Urea (X_1) dan pupuk SP-36 (X_2) untuk mendapatkan keuntungan (z). Pembatas (kendala) untuk memperoleh keuntungan tersebut adalah perusahaan harus mendapatkan biaya masukan untuk membayar karyawan (K), listrik (L) dan mesin (M). Model program linear (*canonical form*) yang telah terbentuk di perusahaan tersebut adalah sebagai berikut:

Masalah yang dihadapi oleh PT Tani Sugih:

Maksimumkan $z = 25x_1 + 15x_2$

Terhadap $3x_1 + 3x_2 \leq 24$... (kendala masukan K)

$2x_1 + 4x_2 \leq 20$... (kendala masukan L)

$3x_1 \leq 21$... (kendala masukan M)

$x_1, x_2 \geq 0$

METODE SIMPLEX

Contoh Penerapan Metode Simplex

Masalah yang dihadapi oleh PT Tani Sugih:

Maksimumkan $z = 25x_1 + 15x_2$

Terhadap $3x_1 + 3x_2 \leq 24$... (kendala masukan K)

$2x_1 + 4x_2 \leq 20$... (kendala masukan L)

$3x_1 \leq 21$... (kendala masukan M)

$x_1, x_2 \geq 0$

Model standarnya: **Fungsi Tujuan**

Maksimumkan $z - 25x_1 - 15x_2 = 0$

Terhadap

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 + 3x_2 + s_1 & = & 24 \\ 2x_1 + 4x_2 + s_2 & = & 20 \\ 3x_1 + s_3 & = & 21 \end{array}$$

Solusi (S)

$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$ **Fungsi Kendala**

Variabel Senjang
(Slack Variable) (s)

METODE SIMPLEX

Contoh Penerapan Metode Simplex

$$\text{Maksimumkan } z - 25x_1 - 15x_2 = 0$$

$$\text{Terhadap } 3x_1 + 3x_2 + s_1 = 24$$

$$2x_1 + 4x_2 + s_2 = 20$$

$$3x_1 + s_3 = 21$$

Variabel Dasar

Tabel *Basic Solution* (Tablo I)

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S	
z	1	-25	-15	0	0	0	0	Pers z
s_1	0	3	3	1	0	0	24	Pers s_1
s_2	0	2	4	0	1	0	20	Pers s_2
s_3	0	3	0	0	0	1	21	Pers s_3

METODE SIMPLEX

Contoh Penerapan Metode Simplex

Kolom Kunci

Kolom pada angka paling negatif

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	-25	-15	0	0	0	0
s_1	0	3	3	1	0	0	24
s_2	0	2	4	0	1	0	20
s_3	0	3	0	0	0	1	21

$rs = 24/3 = 8$

$rs = 10$

$rs = 7$

Unsur kunci

Baris Kunci

Baris pada rasio solusi (rs) terkecil; $rs = S/\text{kolom kunci}$

METODE SIMPLEX

Contoh Penerapan Metode Simplex

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	-25	-15	0	0	0	0
s_1	0	3	3	1	0	0	24
s_2	0	2	4	0	1	0	20
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

1) Transformasi baris kunci (kolom kunci x_1 menggantikan baris kunci s_3)

Baris kunci baru = Baris kunci lama : Unsur kunci

x_1 0/3 3/3 0/3 0/3 0/3 1/3 21/3

x_1	0	1	0	0	0	1/3	7
-------	---	---	---	---	---	-----	---

METODE SIMPLEX

Contoh Penerapan Metode Simplex

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	-25	-15	0	0	0	0
s_1	0	3	3	1	0	0	24
s_2	0	2	4	0	1	0	20
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

2) Transformasi baris-baris lainnya:

Baris baru = Baris lama – (Unsur pada kolom kuncinya x Baris kunci baru)

Transformasi baris z	Transformasi baris s_1	Transformasi baris s_2
$1 - [(-25)0] = 1$	$0 - [(3)0] = 0$	$0 - [(2)0] = 0$
$-25 - [(-25)1] = 0$	$3 - [(3)1] = 0$	$2 - [(2)1] = 0$
$-15 - [(-25)0] = -15$	$3 - [(3)0] = 3$	$4 - [(2)0] = 4$
$0 - [(-25)0] = 0$	$1 - [(3)0] = 1$	$0 - [(2)0] = 0$
$0 - [(-25)0] = 0$	$0 - [(3)0] = 0$	$1 - [(2)0] = 1$
$0 - [(-25)(1/3)] = 25/3$	$0 - [(3)(1/3)] = -1$	$0 - [(2)(1/3)] = -2/3$
$0 - [(-25)7] = 175$	$24 - [(3)7] = 3$	$20 - [(2)7] = 6$

Tabel New Basic Solution (Tablo II)

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	-15	0	0	25/3	175
s_1	0	0	3	1	0	-1	3
s_2	0	0	4	0	1	-2/3	6
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

Contoh Penerapan Metode Simplex

Catatan: Tabel *new basic solution* pada slide sebelumnya ditentukan dengan menerapkan Metode Gauss Jordan melalui perhitungan berikut:

1. Transformasi baris kunci:

$$\text{New pivot equation} = \text{Old pivot equation} : \text{Pivot element}$$

2. Transformasi untuk semua persamaan lain termasuk persamaan Z:

$$\text{New equation} = \text{Old equation} - (\text{Entering column coefficient} \times \text{New pivot equation})$$

Kolom Kunci
Kolom pada angka paling negatif

Tablo II

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	-15	0	0	25/3	175
x_2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
s_2	0	0	4	0	1	-2/3	6
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

$rs = 3/3 = 1$

$rs = 1,5$

$rs = \infty$

Baris Kunci

Baris pada rasio solusi (rs) terkecil; $rs = S/\text{kolom kunci}$

Unsur kunci

1) Transformasi baris kunci (kolom kunci x_2 menggantikan baris kunci s_1)

Baris kunci baru = Baris kunci lama : Unsur kunci

x_2 0/3 0/3 3/3 1/3 0/3 -1/3 3/3

x_2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
-------	---	---	---	-----	---	------	---

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	-15	0	0	25/3	175
x_2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
s_2	0	0	4	0	1	-2/3	6
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

2) Transformasi baris-baris lainnya:

Baris baru = Baris lama – (Unsur pada kolom kuncinya x Baris kunci baru)

Transformasi baris z	Transformasi baris s_2	Transformasi baris x_1
1 - [(-15)0] = 1	0 - [(4)0] = 0	0 - [(0)0] = 0
0 - [(-15)0] = 0	0 - [(4)0] = 0	1 - [(0)0] = 1
-15 - [(-15)1] = 0	4 - [(4)1] = 0	0 - [(0)1] = 0
0 - [(-15)1/3] = 5	0 - [(4)1/3] = -4/3	0 - [(0)1/3] = 0
0 - [(-15)0] = 0	1 - [(4)0] = 1	0 - [(0)0] = 0
25/3 - [(-15)(-1/3)] = 10/3	-2/3 - [(4)(-1/3)] = 2/3	1/3 - [(0)(-1/3)] = 1/3
175 - [(-15)1] = 190	6 - [(4)1] = 2	7 - [(0)1] = 7

Contoh Penerapan Metode Simplex

Sudah tidak ada yang negatif

Tablo III

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	0	5	0	10/3	190
x_2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
s_2	0	0	0	-4/3	1	2/3	2
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

Tablo yang optimal

Contoh Penerapan Metode Simplex

Sudah tidak ada yang negatif

Tablo III

VD	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	S
z	1	0	0	5	0	10/3	190
x_2	0	0	1	1/3	0	-1/3	1
s_2	0	0	0	-4/3	1	2/3	2
x_1	0	1	0	0	0	1/3	7

Tablo yang optimal

Penafsiran Tablo Optimal

$z = 190$, $x_2 = 1$, $s_2 = 2$ dan $x_1 = 7$

Optimalitas dicapai pada kombinasi produksi 7 unit x_1 (pupuk Urea) dan 1 unit x_2 (pupuk SP-36) dengan keuntungan maksimum ($z_{\max}$) 190 dan terdapat sisa masukan L (biaya listrik) yang tidak terpakai (dilambangkan oleh s_2 , variabel senjang pada fungsi kendala L) sebanyak 2 unit.

Tugas Mandiri 3

Petunjuk Pengerjaan Soal: (i) Kerjakan soal di bawah ini pada kertas HVS atau kertas bergaris; (ii) Scan hasil pekerjaan Anda dalam bentuk file .pdf; dan (iii) Kumpulkan hasil pekerjaan Anda di Google Classroom selambat-lambatnya pada Selasa 11-4-2023 pukul 23.59.

Soal:

Dengan menggunakan programasi linear Metode Simplex Variabel Dasar selesaikanlah persamaan linear fungsi tujuan untuk memaksimalkan $z = 3x_1 + 5x_2$ dengan fungsi kendala sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} 2x_1 \leq 8 & \dots\dots \text{(kendala masukan A)} \\ 3x_2 \leq 15 & \dots\dots \text{(kendala masukan B)} \\ 6x_1 + 5x_2 \leq 30 & \dots\dots \text{(kendala masukan C)} \end{array}$$



d.herdiantoro@unpad.ac.id



<https://herdiantoro.com>
<http://labbiotan.faperta.unpad.ac.id>

Selamat Belajar

Pelajarilah modul dan kerjakan
soal-soal latihan dengan rajin 😊